泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（7）试卷

20201227

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1.在数列 a_n 中，$a_1 \quad 1, a_{n \quad 1} \quad 3 \quad a_n$，则 a_{10} （　　）

A. 2　　B. 2　　C. 1　　D. 1

2.已知等差数列 $\{a_n\}$，且 $3 \quad a_3 \quad a_5 \quad 2 \quad a_7 \quad a_{10} \quad a_{13} \quad 48$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 13 项之和为（　　）

A. 24　　B. 39　　C. 52　　D. 104

3.设 $\lim\limits_{x \quad 0}\dfrac{f\ 2 \quad x \quad f\ 2 \quad x}{x} \quad 2$，则曲线 $y \quad f\ x$ 在点 $2\ f\ 2$ 处的切线的倾斜角是（　　）

A. $\dfrac{}{4}$　　B. $\dfrac{}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

4.等比数列 a_n 中各项均为正数，S_n 是其前 n 项和，且满足 $2S_3 \quad 8a_1 \quad 3a_2$，$a_4 \quad 16$，则 $S_6 =$（　　）

A. 32　　B. 63　　C. 123　　D. 126

5.斐波拉契数列，指的是这样一个数列：1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, $\cdots$，在数学上，斐波拉契数列 $\{a_n\}$ 定义如下：$a_1 \quad a_2=1, a_n=a_{n \quad 1} \quad a_{n \quad 2}$（$n \quad 3, n \quad \mathbf{N}^*$），随着 n 的增大，$\dfrac{a_n}{a_{n \quad 1}}$ 越来越逼近黄金分割 $\dfrac{\sqrt{5} \quad 1}{2} \quad 0.618$，故此数列也称黄金分割数列，而以 a_{n+1}, a_n 为长和宽的长方形称为“最美长方形”，已知某“最美长方形”的面积约为 200 平方厘米，则该长方形的长大约是（　　）

A. 20 厘米　　B. 19 厘米　　C. 18 厘米　　D. 17 厘米

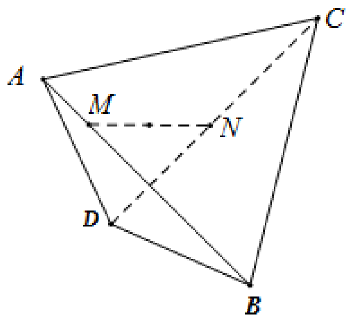
6.数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_3 \quad \dfrac{1}{5}, a_n \quad a_{n \quad 1} \quad 2a_n a_{n \quad 1}$，则数列 $\{a_n a_{n \quad 1}\}$ 前 10 项的和为（　　）

A. $\dfrac{10}{21}$　　B. $\dfrac{20}{21}$　　C. $\dfrac{9}{19}$　　D. $\dfrac{18}{19}$

7.过抛物线 $C: x^2 \quad 4y$ 的准线上任意一点 P 作抛物线的切线　　　，切点分别为　　，则 A 点到准线的距离与 B 点到准线的距离之和的最小值是（　　）

A. 7　　B. 6　　C. 5　　D. 4

8.如图，棱长为 4 的正四面体 $ABCD$，M, N 分别是　　　上的动点，且 $|MN| \quad 3$，则 MN 中点的轨迹长度为（　　）



A. 2　　B.　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{}{2}$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. 已知空间中三点　　　　，$B(2,2,0)$，$C(\ \ 1,3,1)$，则下列说法不正确的是（　　）

A. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{AC}$ 是共线向量　　B. 与 $\overrightarrow{AB}$ 同向的单位向量是 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\frac{\sqrt{5}}{5}$,0

C. $\overrightarrow{AB}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ 夹角的余弦值是 $\frac{\sqrt{55}}{11}$　　D. 平面 ABC 的一个法向量是 $(1,\ \ 2,5)$

10. 若 $a\ \ 0$，$b\ \ 0$，则曲线 $\frac{x^2}{a^2}\ \ \frac{y^2}{b^2}\ \ k^2\ \ k\ \ 0$ 和 $b^2\ \ x^2\ \ a^2\ \ y^2\ \ a^2\ \ b^2$ 具有相同的（　　）

A. 离心率　　B. 顶点　　C. 焦点　　D. 渐近线

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，前 n 项和为 S_n，且 $2a_1\ \ 2a_3\ \ S_5$，下列结论中正确的是（　　）

A. S_7 最小　　B. $S_{13}\ \ 0$　　C. $S_4\ \ S_9$　　D. $a_7\ \ 0$

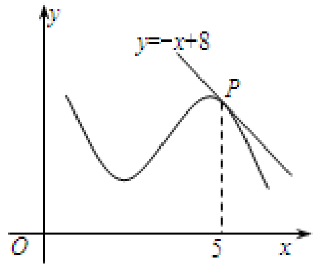
12. 在 $\triangle A_nB_nC_n$（$n\ \ 1,2,3,\cdots$）中，内角 A_n,B_n,C_n 的对边分别为 a_n,b_n,c_n，$\triangle A_nB_nC_n$ 的面积为 S_n，若 $a_n\ \ 5$，$b_1\ \ 4$，$c_1\ \ 3$，且 $b_{n\ 1}{}^2\ \ \frac{a_n{}^2\ \ 2c_n{}^2}{4}$，$c_{n\ 1}{}^2\ \ \frac{a_n{}^2\ \ 2b_n{}^2}{4}$，则（　　）

A. $\triangle A_nB_nC_n$ 一定是直角三角形　　B. S_n 为递增数列

C. S_n 有最大值　　D. S_n 有最小值

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，若有两空，则第一空 2 分，第二空 3 分.）

13. 如图，曲线 $y\ \ f(x)$ 在点 $P(5,f(5))$ 处的切线方程是 $y\ \ \ x\ \ 8$，则 $f(5)+f\ (5)=$______.



14. 一个圆经过椭圆 $\frac{x^2}{16}\ \ \frac{y^2}{4}\ \ 1$ 的三个顶点，且圆心在 x 轴的正半轴上，则该圆的标准方程为__________________.

15. 设 S_n 是数列 a_n 的前 n 项和，满足 $a_n{}^2\ \ 1\ \ 2a_nS_n$，且 $a_n\ \ 0$，则 S_{64} ____________.

16. 数列 a_n 中，$a_n\ \ \ \frac{1}{2}a_{n\ 1}\ \ \frac{3}{2}\ \ n\ \ 2,n\ \ \mathbf{N}^*$，且 $a_1\ \ 1$，则 a_n ________________；记数列 a_n 的前 n 项和为 S_n，若 $3\ \ \ S_n\ \ n\ \ \ 4$ 对任意的 $n\ \ \mathbf{N}^*$ 恒成立，则实数　的最大值为_________.

四、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第 17 小题满分 10 分，其他小题满分 12 分）

17.（本小题满分 10 分）已知等差数列 a_n ，S_n 为其前 n 项和，$a_5 \quad 10, S_7 \quad 56.$

（Ⅰ）求数列 a_n 的通项公式;

（Ⅱ）若 $b_n \quad a_n \quad (\sqrt{3})^{a_n}$，求数列 b_n 的前 n 项和 T_n .

18.（本小题满分 12 分）已知函数 $f \quad x \quad 2x^2 \quad x$ 及点 P，过点 P 作直线 l 与曲线 $y \quad f \quad x$ 相切.

（Ⅰ）求曲线在点 $1,1$ 处的切线 l 方程;

（Ⅱ）求曲线过点 $P \quad 1,0$ 的切线 l 的斜率.

19.（本小题满分 12 分）在 ABC 中，角 A,B,C 的对边分别是 ，

若 $c\cos A$，$b\cos B$，$a\cos C$ 成等差数列.

（Ⅰ）求 B；

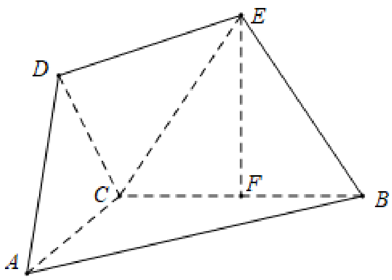
（Ⅱ）若 $a \quad c \quad \frac{3\sqrt{3}}{2}$，$b \quad \sqrt{3}$，求 ABC 的面积.

20.（本小题满分 12 分）如图所示，在多面体 $ABCDE$ 中，$DE//AB$，$AC \quad BC$，

平面 DAC 平面 ABC，$BC \quad 2AC \quad 4$，$AB \quad 2DE$，$DA \quad DC$，点 F 为 BC 的中点.

（Ⅰ）证明：EF 平面 ABC；

（Ⅱ）若直线 BE 与平面 ABC 所成的角为 60°，求平面 DCE 与平面 ADC 所成的锐二面角的正弦值.



21.（本小题满分 12 分）数列 a_n 满足 $a_1 \quad 2a_2 \quad 3a_3 \quad \cdots \quad na_n \quad n \quad 1 \quad 2^{n\ 1} \quad 2 \quad n \quad 1$.

（Ⅰ）求数列 a_n 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n \quad \frac{2n \quad 1}{a_n}$，$S_n$ 为数列 b_n 的前 n 项和，求 S_n.

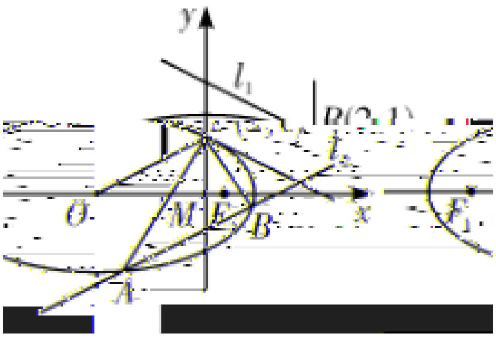
22.（本小题满分 12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2} \quad \frac{y^2}{b^2} \quad 1(a \quad b \quad 0)$ 过点 $P \ 2,1$ ，F_1、F_2 分别为椭圆 C 的左、右焦点，且 $\overrightarrow{PF_1} \ \overrightarrow{PF_2} \quad 1$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）过 P 点的直线 l_1 与椭圆 C 有且只有一个公共点，直线 l_2 平行于 OP（O 为原点），且与椭圆 C 交两点，与直线 $x \quad 2$ 交于点 M（M 介于　　两点之间）.

（i）当 $\triangle PAB$ 面积最大时，求 l_2 的方程；

（ii）求证：$|PA| \ |MB| \ |PB| \ |MA|$.



泉州七中 2020-2021 学年度上学期高二年数学单元考（7）试卷参考答案

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1-4. BCDD　5-8. CADB

8.【解析】把正四面体 $ABCD$ 放在正方体 $AFCE\quad HBGD$ 中，并建立如图所示的空间直角坐标系，

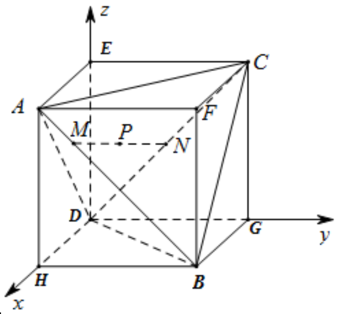
设该正方体的棱长为 a，因为正四面体 $ABCD$ 的棱长为 4，所以有 $\sqrt{a^2\quad a^2}\quad 4\quad a\quad 2\sqrt{2}$，

因此相应点的坐标为：$D(0,0,0), A(2\sqrt{2},0,2\sqrt{2}), B(2\sqrt{2},2\sqrt{2},0), C(0,2\sqrt{2},2\sqrt{2})$，

因为 N 是 CD 上的动点，所以设点 N 的坐标为：$(0,n,n)$，

设 $\overrightarrow{AM}\quad m\overrightarrow{AB}$，$M(x_0,y_0,z_0)$，因此有 $(x_0\quad 2\sqrt{2},y_0,z_0\quad 2\sqrt{2})\quad m(0,2\sqrt{2},\ \ 2\sqrt{2})$，

因此 $x_0\quad 2\sqrt{2},y_0\quad 2\sqrt{2}m,z_0\quad 2\sqrt{2}\quad 2\sqrt{2}m$，设 MN 中点为 $P(x,y,z)$，



因此有：
$$\begin{matrix} x\quad \dfrac{2\sqrt{2}}{2} \\ y\quad \dfrac{2\sqrt{2}m\quad n}{2} \\ z\quad \dfrac{2\sqrt{2}\quad 2\sqrt{2}m\quad n}{2}\end{matrix}\qquad \begin{matrix} x\quad \sqrt{2} \\ 2\sqrt{2}m\quad n\quad 2y \\ 2\sqrt{2}m\quad n\quad 2\sqrt{2}\quad 2z\end{matrix}\qquad (1),$$

因为 $|MN|\quad 3$，所以 $\sqrt{(2\sqrt{2})^2\quad (2\sqrt{2}m\quad n)^2\quad (2\sqrt{2}\quad 2\sqrt{2}m\quad n)^2}\quad 3$，

化简得：$(2\sqrt{2}m\quad n)^2\quad (2\sqrt{2}\quad 2\sqrt{2}m\quad n)^2\quad 1(2)$，

把 (1) 代入 (2) 中得：$(y\quad \sqrt{2})^2\quad (z\quad \sqrt{2})^2\quad \dfrac{1}{4}$，

显然 MN 中点的轨迹是圆，半径为 $\dfrac{1}{2}$，圆的周长为：$2\quad \dfrac{1}{2}\qquad$.

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分.）

9. ABC　10. AD　11. BCD　12. ABD

12.【解析】由 $b_{n\ 1}{}^2\quad \dfrac{a_n{}^2\quad 2c_n{}^2}{4}$，$c_{n\ 1}{}^2\quad \dfrac{a_n{}^2\quad 2b_n{}^2}{4}$

得 $b_{n\ 1}{}^2\quad c_{n\ 1}{}^2\quad \dfrac{a_n{}^2\quad 2c_n{}^2}{4}\quad \dfrac{a_n{}^2\quad 2b_n{}^2}{4}\quad -\quad {}^2\quad -\quad {}^2\quad {}^2\quad \dfrac{25}{2}\quad \dfrac{1}{2}\quad b_n{}^2\quad c_n{}^2$，

故 $b_{n\ 1}{}^2\quad c_{n\ 1}{}^2\quad 25=\dfrac{1}{2}\quad b_n{}^2\quad c_n{}^2\quad 25$，又 $b_1{}^2\quad c_1{}^2\quad 25=0$，$\quad b_n{}^2\quad c_n{}^2\quad 25\quad 0$，

$b_n{}^2\quad c_n{}^2\quad 25=a_n{}^2$，故 $\triangle A_nB_nC_n$ 一定是直角三角形，A 正确；

$\triangle A_nB_nC_n$ 的面积为 $S_n\quad \dfrac{1}{2}b_nc_n$，

而 $b_{n\ 1}{}^2c_{n\ 1}{}^2\quad \dfrac{a_n{}^2\quad 2c_n{}^2}{4}\quad \dfrac{a_n{}^2\quad 2b_n{}^2}{4}\quad \dfrac{a_n{}^4\quad 2\ b_n{}^2\quad c_n{}^2\ a_n{}^2\quad 4b_n{}^2c_n{}^2}{16}$，

故 $4S_{n\ 1}{}^2\quad b_{n\ 1}{}^2c_{n\ 1}{}^2\quad \dfrac{a_n{}^4\quad 2\ b_n{}^2\quad c_n{}^2\ a_n{}^2\quad 4b_n{}^2c_n{}^2}{16}=\dfrac{1875\quad 16S_n{}^2}{16}=\dfrac{1875}{16}\quad S_n{}^2$，

故 $S_{n\ 1}{}^2\quad S_n{}^2=\dfrac{1875}{64}\quad \dfrac{S_n{}^2}{4}\quad S_n{}^2=\dfrac{1875}{64}\quad \dfrac{3S_n{}^2}{4}$，

又 $S_n\quad \dfrac{1}{2}b_nc_n\quad \dfrac{b_n{}^2\quad c_n{}^2}{4}=\dfrac{25}{4}$（当且仅当 $b_n=c_n=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ 时等号成立）

$S_{n+1}^{2}-S_n^{2}=\frac{1875}{64}-\frac{3S_n^{2}}{4}>0$，又由 $b_1=4$，$c_1=3$ 知 $b_n=c_n$ 不是恒成立，即 $S_{n+1}^{2}>S_n^{2}$，

故 $S_{n+1}>S_n$，故 $\{S_n\}$ 为递增数列，$\{S_n\}$ 有最小值 $S_1=6$，无最大值，故BD正确，C错误.

三、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分，若有两空，则第一空2分，第二空3分.）

13. 2　14. $(x-\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}$　15. 8　16. $a_n=2\times(-\frac{1}{2})^{n-1}+1$；$\frac{2}{3}$

四、解答题（本大题共6小题，共70分．解答应写出必要文字说明、证明过程或演算步骤．第17小题满分10分，其他小题满分12分）

17.（本小题满分10分）

解：（Ⅰ）设数列 $\{a_n\}$ 的首项为 a_1，公差为 d，则根据题意得：

由 $\begin{cases} S_7=7a_1+21d=56 \\ a_5=a_1+4d=10 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a_1=2 \\ d=2 \end{cases}$，　…………………………4分

所以 $a_n=2n$　…………………………5分

（Ⅱ）$b_n=a_n+(\sqrt{3})^{a_n}=2n+3^n$，则　…………………………6分

$T_n=(2+3^1)+(4+3^2)+(6+3^3)+\cdots+(2n+3^n)$

$=(2+4+\cdots+2n)+(3+3^2+\cdots+3^n)$　…………………………8分

$=\frac{n(2+2n)}{2}+\frac{3\cdot(1-3^n)}{1-3}=n^2+n+\frac{3^{n+1}-3}{2}$.　…………………………10分

18.（本小题满分12分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=2x^2-x$，所以 $f'(x)=4x-1$，　…………………………2分

所以切线 l 的斜率为 $f'(1)=4-1=3$，又 $f(1)=2-1=1$，　…………………………5分

所以切线 l 方程为 $y-1=3(x-1)$，即 $3x-y-2=0$.　…………………………6分

（Ⅱ）设切点为 $(x_0,2x_0^2-x_0)$，则 $4x_0-1=\frac{2x_0^2-x_0-0}{x_0-1}$，整理得 $2x_0^2-4x_0+1=0$，…………………9分

解得 $x_0=1+\frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x_0=1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，　…………………………11分

所以切线 l 的斜率为 $3+2\sqrt{2}$ 或 $3-2\sqrt{2}$，　…………………………12分

综上所述：切线 l 的斜率为 $3+2\sqrt{2}$ 或 $3-2\sqrt{2}$

19.（本小题满分12分）

解：（Ⅰ）∵ $c\cos A$，$b\cos B$，$a\cos C$ 成等差数列，∴ $2b\cos B=c\cos A+a\cos C$，…………………1分

由正弦定理 $2\sin B\cos B=\sin C\cos A+\sin A\cos C$，即 $2\sin B\cos B=\sin(A+C)$.…………3分

又 $A+C=\pi-B$，∴ $2\sin B\cos B=\sin(\pi-B)$，即 $2\sin B\cos B=\sin B$.…………………4分

而 $\sin B\neq 0$，∴ $\cos B=\frac{1}{2}$，由 $0<B<\pi$，得 $B=\frac{\pi}{3}$.　…………………………6分

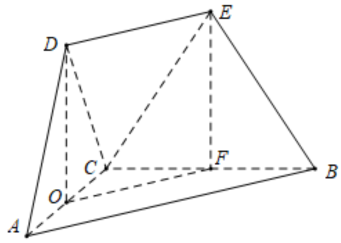
（Ⅱ）∵ $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，∴ $\frac{(a+c)^2-2ac-b^2}{2ac}=\frac{1}{2}$，　…………………………8分

又 $a+c=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，$b=\sqrt{3}$，∴ $\frac{27}{4}-2ac-3=ac$，即 $ac=\frac{5}{4}$，　…………………………10分

∴ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{16}$.　…………………………12分

20.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）取 AC 的中点 O，连接　　　，……………………1 分



∵在 $\triangle DAC$ 中，$DA \quad DC$，∴ $DO \quad AC$，…………2 分

又面 DAC 　面 ABC，且交线为 AC，∴ DO 　面 ABC，……3 分

∵ O，F 分别为 AC，BC 的中点，∴ $OF//AB$，且 $AB \quad 2OF$，

又 $DE//AB$，$AB \quad 2DE$，所以 $OF \quad DE$，

∴四边形 $DEFO$ 为平行四边形，∴ $EF//DO$，…………4 分

∴ EF 　平面 ABC；　　　　　　　……………………5 分

（Ⅱ）∵ DO 　平面 ABC，$AC \quad BC$，平面 DAC 　平面 ABC，所以 $BC \perp$ 平面 ADC；

∴以 O 为原点，OA 为 x 轴，过点 O 与 CB 平行的直线为 y 轴，OD 为 z 轴，建立空间直角坐标系，

因为 $BC \quad 2AC \quad 4$，$AB \quad 2DE$，$DA \quad DC$，点 F 为 BC 的中点，

则 $A\ 1,0,0$，$C\quad 1,0,0$，$B\quad 1,4,0$，……………………6 分

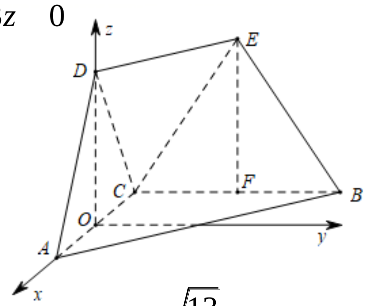
∵ EF 　平面 ABC，∴直线 BE 与平面 ABC 所成角为 $EBF \quad 60$，

∴ $DO \quad EF \quad BF\tan 60 \quad 2\sqrt{3}$，∴ $D\ 0,0,2\sqrt{3}$，$E\quad 1,2,2\sqrt{3}$，………………7 分

取平面 ADC 的一个法向量 $\vec{m}\quad 0,1,0$，设平面 DCE 的一个法向量 $\vec{n}\quad x,y,z$，

因为 $\overrightarrow{CD}\quad 1,0,2\sqrt{3}$，$\overrightarrow{CE}\quad 0,2,2\sqrt{3}$，则 $\begin{matrix} \vec{n}\ \overrightarrow{CD}\quad x\quad 2\sqrt{3}z\quad 0 \\ \vec{n}\ \overrightarrow{CE}\quad 2y\quad 2\sqrt{3}z\quad 0 \end{matrix}$，

取 $z\quad 1$，得 $\vec{n}\quad 2\sqrt{3},\ \sqrt{3},1$，……………………10 分



因此平面 DCE 与平面 ADC 所成的锐二面角为　，

∴ $\cos\quad |\cos\quad \vec{m},\vec{n}\ |\ \dfrac{|\vec{m}\ \vec{n}|}{|\vec{m}|\ |\vec{n}|}\ \dfrac{|\ \sqrt{3}|}{1\ \ 4}\ \dfrac{\sqrt{3}}{4}$，…………11 分

∴ $\sin\quad \sqrt{1\quad \dfrac{\sqrt{3}}{4}^{2}}\quad \dfrac{\sqrt{13}}{4}$ 即面 DCE 与面 ADC 所成的锐二面角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{13}}{4}$. ………12 分

21.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）当 $n\quad 2$ 时，由 $a_1\quad 2a_2\quad 3a_3\qquad na_n\quad n\ 1\ 2^{n\ 1}\quad 2\ n\ 1$，①

得 $a_1\quad 2a_2\quad 3a_3\qquad n\ 1\ a_{n\ 1}\quad n\ 2\ 2^n\quad 2\ n\ 2$，②……………………………1 分

①-②得 $na_n\quad n\ 1\ 2^{n\ 1}\ 2\quad n\ 2\ 2^n\ 2\quad n\ 2^n\ n\ 2$，即 $a_n\quad 2^n\ n\ 2$ …3 分

当 $n\quad 1$ 是，$a_1\quad 2$. 满足上式　　　　　　　　　　……………………………5 分

所以数列 a_n 的通项公式为 $a_n\quad 2^n$.　　　　　　　　…………………………6 分

（Ⅱ）由题意 $b_n\ \dfrac{2n\ \ 1}{a_n}\ \dfrac{2n\ \ 1}{2^n}$，

所以 $S_n\quad b_1\ b_2\ b_3\qquad b_n\ \dfrac{3}{2^1}\ \dfrac{5}{2^2}\ \dfrac{7}{2^3}\qquad \dfrac{2n\ \ 1}{2^n}$，③

$\dfrac{1}{2}S_n\quad \dfrac{3}{2^2}\ \dfrac{5}{2^3}\ \dfrac{7}{2^4}\qquad \dfrac{2n\ \ 1}{2^n}\ \dfrac{2n\ \ 1}{2^{n\ 1}}$，④　　　　………………………7 分

③-④，得 $\dfrac{1}{2}S_n\quad \dfrac{3}{2^1}\ \dfrac{5}{2^2}\ \dfrac{7}{2^3}\qquad \dfrac{2n\ \ 1}{2^n}\quad \dfrac{3}{2^2}\ \dfrac{5}{2^3}\ \dfrac{7}{2^4}\qquad \dfrac{2n\ \ 1}{2^n}\ \dfrac{2n\ \ 1}{2^{n\ 1}}$

$\dfrac{3}{2}\quad 2\ \dfrac{1}{2^2}\ \dfrac{1}{2^3}\ \dfrac{1}{2^4}\qquad \dfrac{1}{2^n}\quad \dfrac{2n\ \ 1}{2^{n\ 1}}$　　　　　………………………9 分

$$\frac{\frac{1}{\ }\ 1\ \ \frac{1}{\ }}{\ } \quad \frac{\ }{1} \quad \frac{5}{2} \quad 2n \quad 5 \quad \frac{1}{2}^{n\ 1}$$ ……………………11 分

从而 $S_n \quad 2n \quad 5 \quad \frac{1}{2}^{n} \quad 5$.……………………12 分

22.（本小题满分 12 分）

解：（Ⅰ）设 $F_1(\ c,0)$，$F_2(c,0)$，则 $\overrightarrow{PF_1} \quad (\ c \quad 2,\ 1)$，$\overrightarrow{PF_2} \quad (c \quad 2,\ 1)$，

$\because \overrightarrow{PF_1} \quad \overrightarrow{PF_2} \quad c^2 \quad 4 \quad 1 \quad 1$， $\sqrt{\ }$ ， ………………………1 分

又 $P(2,1)$ 在椭圆上，故 $\frac{4}{a^2} \quad \frac{1}{b^2} \quad 1$， ………………………2 分

又 $a^2 \quad b^2 \quad 6$，解得 $a^2 \quad 8$，$b^2 \quad 2$， ………………………3 分

故所求椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{8} \quad \frac{y^2}{2} \quad 1$. ………………………4 分

（Ⅱ）（i）由于 $k_{OP} \quad \frac{1}{2}$，设 l_2 的方程为 $y \quad \frac{1}{2}x \quad t$，$A \quad x_1,y_1$，$B \quad x_2,y_2$，

由 $\begin{matrix} y \quad \frac{1}{2}x \quad t \\ \frac{x^2}{8} \quad \frac{y^2}{2} \quad 1 \end{matrix}$，消去 y 整理得 $x^2 \quad 2tx \quad 2t^2 \quad 4 \quad 0$，………………………5 分

由韦达定理可得：$x_1 \quad x_2 \quad 2t$，$x_1x_2 \quad 2t^2 \quad 4$， $4\ t^2 \quad 4 \quad 0 \quad t^2 \quad 4$ …………6 分

则 $|AB| \sqrt{1 \quad \frac{1}{4}}\sqrt{\ x_1 \quad x_2\ ^2 \quad 4x_1x_2} \quad \frac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{4t^2 \quad 4\ 2t^2 \quad 4} \quad \sqrt{5}\sqrt{4 \quad t^2}$，……………7 分

又点 P 到 l_2 的距离 $d \quad \frac{|t|}{\sqrt{1 \quad \frac{1}{2}^2}} \quad \frac{2|t|}{\sqrt{5}}$，………………………8 分

所以 $S_{\triangle PAB} \quad \frac{1}{2}\sqrt{5}\sqrt{4 \quad t^2} \frac{2|t|}{\sqrt{5}} \quad \sqrt{\ 4 \quad t^2\ t^2} \quad \frac{t^2 \quad 4 \quad t^2}{2} \quad 2$.

当且仅当 $4 \quad t^2 \quad t^2$，即 $t^2 \quad 2$ 时，等号成立. 又 M 介于 A、B 两点之间，故 $t \quad \sqrt{2}$.

故直线 AB 的方程为：$y \quad \frac{1}{2}x \quad \sqrt{2}$.………………………9 分

（ii）要证结论成立，只须证明 $\frac{|PA|}{|MA|} \quad \frac{|PB|}{|MB|}$，由角平分线性质即证直线 $x \quad 2$ 为 APB 的平分线，

转化成证明：$k_{PA} \quad k_{PB} \quad 0$.………………………10 分

由于 $k_{PA} \quad k_{PB} \quad \frac{y_1 \quad 1}{x_1 \quad 2} \quad \frac{y_2 \quad 1}{x_2 \quad 2} \quad \frac{\frac{1}{2}x_1 \quad t \quad 1 \quad x_2 \quad 2 \qquad \frac{1}{2}x_2 \quad t \quad 1 \quad x_1 \quad 2}{x_1 \quad 2 \quad x_2 \quad 2}$

$$\frac{x_1x_2 \quad (t \quad 2)\ x_1 \quad x_2 \quad 4(t \quad 1)}{x_1 \quad 2 \quad x_2 \quad 2} \quad \frac{2t^2 \quad 4 \quad 2t(t \quad 2) \quad 4(t \quad 1)}{x_1 \quad 2 \quad x_2 \quad 2} \quad \frac{4 \quad 4t \quad 4t \quad 4}{x_1 \quad 2 \quad x_2 \quad 2} \quad 0$$

因此结论成立. ……………………12 分